

4. Determiniamo in centimetri le dimensioni del raggio e dell'altezza che rendono minima la superficie totale del cilindro (che è la forma del contenitore di capacità costante 0,4 litri).

Si ricorda che:

$$0,4 \text{ l} = 400 \text{ cm}^3$$

La superficie totale del cilindro è

$$S_t = 2\pi r^2 + 2\pi r h$$

(essendo r il raggio della circonferenza di base e h l'altezza).

Dal volume del cilindro:

$$V = \pi r^2 h = 400$$

ricaviamo h :

$$h = \frac{400}{\pi r^2}$$

E quindi:

$$S_t = 2\pi r \left(r + \frac{400}{\pi r^2} \right)$$

la superficie totale è una funzione di r :

$$f(r) = 2\pi r^2 + \frac{800}{r}$$

calcoliamo il minimo:

$$f'(r) = 4\pi r - \frac{800}{r^2}$$

$$f'(r) = 0 \rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{200}{\pi}} \text{ cm}$$

dal segno della derivata prima si deduce facilmente che è un punto di minimo.

Di conseguenza:

$$h = 2\sqrt[3]{\frac{200}{\pi}} \text{ cm}$$