

1) Deve essere  $ab = a+b$ . Indicato con  $c$  questo comune valore, i numeri richiesti devono soddisfare l'equazione  $x^2 - cx + c = 0$  da cui segue  $x = (c \pm \sqrt{c^2 - 4c})/2$

Dando a  $c$  (ad esempio) il valore  $-1$ , otteniamo per  $a$  e  $b$  i valori  $(-1 \pm \sqrt{5})/2$ .

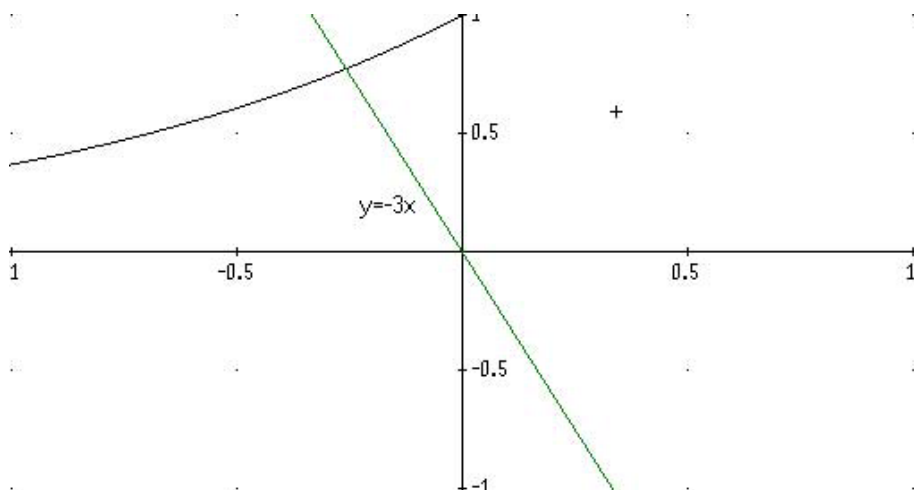
2) Si può sempre pensare che il raggio della sfera sia uguale a 1. Allora il raggio della circonferenza di base del cilindro equilatero inscritto è  $1/\sqrt{2}$ .

Si ha: superficie laterale del cilindro= $2\pi$ ; area della circonferenza di base= $\pi/2$ ; superficie totale del cilindro= $3\pi$ ; superficie della sfera= $4\pi$  (ricordando che la superficie della sfera di raggio  $r$  è  $4\pi r^2$ ).

3)

$$f(x) = \begin{cases} 2 & , \quad x < 0 \\ 3 & , \quad x \geq 0 \end{cases}$$

4) L'equazione data è equivalente a:  $e^x = -3x$ . Dal confronto dei grafici delle due funzioni si deduce che l'equazione ammette un'unica soluzione reale.



$$5) g(x) = \begin{cases} 3 & , \quad x \neq 2 \\ 4 & , \quad x = 2 \end{cases}$$

6) Le due funzioni hanno la stessa derivata:  $3/x$ . Questo deriva dal fatto che  $f$  e  $g$  differiscono per una costante:  $f(x) = 3 \log x$ ,  $g(x) = 3 \log(2) + 3 \log(x)$

7) L'area del triangolo è data da  $S = ab \sin \delta / 2$ . Dal calcolo e dallo studio del segno della derivata prima  $S' = ab \cos \delta / 2$ , si deduce che l'area è massima per  $\delta = \pi/2$

8) I gradi sessagesimali si ottengono dividendo l'angolo giro in 360 parti uguali. I gradi centesimali si ottengono dividendo l'angolo giro in 400 parti uguali. La misura di un angolo in radianti è data dal rapporto fra l'arco sotteso dall'angolo e il raggio, rispetto a una qualunque circonferenza centrata nel vertice dell'angolo.

9) Integriamo per parti. L'integrale dato è uguale a:

$$x \arcsen x - \int x / \sqrt{1-x^2} dx = x \arcsen x + \sqrt{1-x^2}$$

Calcolando l'integrale definito, tra 0 e 1, si ottiene il valore  $(\pi/2) - 1$ .

10) Ogni applicazione è caratterizzata dalle immagini, in  $B$ , degli elementi di  $A$ . Le applicazioni, allora, sono tante quante le disposizioni con ripetizione di 3 oggetti di classe 4:  $3^4 = 81$ .