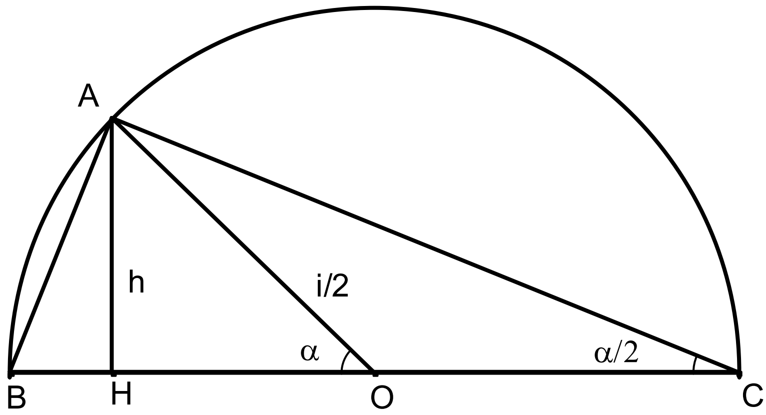
Corso di ordinamento
Problema 2

1.Il triangolo è inscritto in una semicirconferenza di raggio *i/2* (*i*=ipotenusa). La mediana relativa a *BC* è un raggio.

2. Posto $x=AB$ e $y=AC$ si ha il sistema simmetrico: $\begin{cases} x^2+y^2=i^2 \\ xy=hi \end{cases}$ in cui h è l'altezza AH del triangolo, la prima equazione esprime il teorema di Pitagora e la seconda equazione esprime in due maniere diverse l'area del triangolo.
Dal sistema si ottengono le soluzioni

$$t=\frac{\sqrt{i^2+2ih}\pm\sqrt{i^2-2ih}}{2}$$

(una per x e l'altra per y).
In maniera alternativa:
$\begin{cases} x=i\sin\alpha/2 \\ y=i\cos\alpha/2 \end{cases}$ dove $\alpha=A\hat{O}B$ e $\alpha/2=A\hat{C}B$.
Dato che $\sin\alpha=2h/i$ e ricordando che :
$\sin\alpha/2=\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}}$ e $\cos\alpha/2=\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}}$,



con sostituzioni e calcoli con i radicali doppi si ottiene: $t=i\left(\frac{\sqrt{1+\sin\alpha}\pm\sqrt{1-\sin\alpha}}{2}\right)$.
Si osservi che questa soluzione si ottiene dalla precedente per mezzo della sostituzione $\sin\alpha=2h/i$.

3. Sia $x=AB$ il cateto attorno al quale si ruota. Di conseguenza l'altezza del cono sarà x e l'altro cateto (raggio della circonferenza di base del cono) $AC=\sqrt{3-x^2}$. Il volume del cono è quindi: $V(x)=\frac{1}{3}\pi x(3-x^2)$. Il teorema di Rolle garantisce l'esistenza di un massimo nell'intervallo [0, $\sqrt{3}$] perché $V(0)=V(\sqrt{3})=0$ e nell'intervallo la funzione $V(x)$ è positiva.

La funzione $y=x(3-x^2)$ ha i punti stazionari $x=\pm1$ come si verifica con una derivazione.

Nel nostro caso il cono K di volume massimo si ottiene per x=1 ed è uguale a V(1)=$\frac{2}{3}\pi$

La capacità in litri (1 m^3=1000 litri) è quindi 2000π/3≈2094,4 litri.

4. Lo sviluppo del cono K determina un settore circolare di raggio √3 e arco $2\sqrt{2}\pi$.
Quindi la misura in radianti è $2\sqrt{2}\pi$./√3. Poiché l'angolo 2π è uguale a 360° si ha che la misura in gradi è 360° ($\sqrt{2}$/√3).