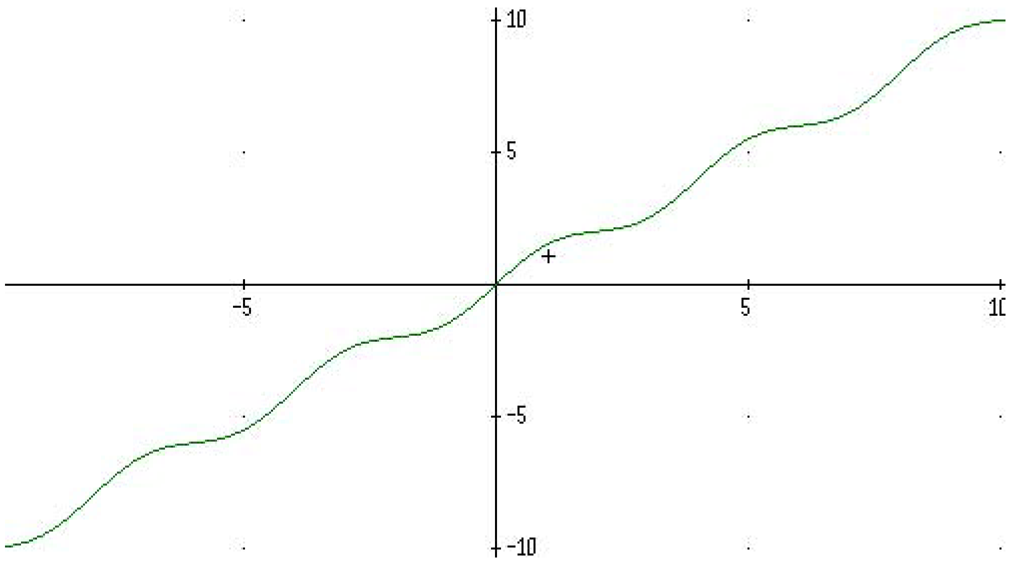
1. La funzione f è continua su tutto R. Risulta anche $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = \pm\infty$. Allora (per il teorema di Darboux) f assume ogni valore reale e quindi esiste un x per cui f(x) = (a+b)/2.

2. La funzione $g(x) = sen\frac{\pi}{2}x\cos\frac{\pi}{2}x + x$ può essere scritta come $g(x) = \frac{1}{2}sen\pi x + x$. Questa è definita – ed è dispari – per ogni x, con g(0) = 0, e' ancora: $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = \pm\infty$.

La derivata prima della funzione: $g'(x) = \frac{\pi}{2}\cos\pi x + 1$ è positiva per $\cos\pi x\rangle -\frac{2}{\pi}$. Tutti i punti in cui la funzione h(x) = $\cos\pi x$ (periodica di periodo 2) vale $-2/\pi$ sono punti di massimo o di minimo.
La funzione va all'infinito con andamento oscillante.



3. Utilizziamo il metodo di bisezione. In un inseme A mettiamo i valori x per i quali $g'(x) \geq 0$; in un insieme B quelli per i quali $g'(x) \leq 0$:
$g'(1/2) \geq 0 \Rightarrow 1/2 \in A$, $g'(1) \leq 0 \Rightarrow 1 \in B$, $g'(3/4) \leq 0 \Rightarrow 3/4 \in B$, $g'(5/8) \geq 0 \Rightarrow 5/8 \in A$, ecc..
La soluzione si trova dunque tra 5/8=0.625 e 3/4=0.75.
(Osservando che nell'intervallo [1/2,1] la derivata prima e seconda di $g'(x)$ hanno segno costante, si sarebbe potuto utilizzare il metodo della tangente).